

ESTATÍSTICA – Lista 2 – Teoria de Matrizes

1) Seja  $S = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ . Encontre uma base para o subespaço  $V = [S]$  de  $\mathbb{R}^3$  com  $v_1=(1,2,3)$ ,  $v_2=(2,1,4)$ ,  $v_3=(-1,-1,2)$ ,  $v_4=(0,1,3)$  e  $v_5=(1,1,1)$ .

2) Seja  $S = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ . Encontre uma base para o subespaço  $V = [S]$  de  $\mathbb{R}^4$  com  $v_1=(1,2,1,2)^T$ ,  $v_2=(2,1,2,1)^T$ ,  $v_3=(3,2,3,2)^T$ ,  $v_4=(3,3,3,3)^T$  e  $v_5=(5,3,5,3)^T$ .

3) Encontre uma base para o espaço linha de  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 9 & -1 \\ -3 & 8 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ .

4) Encontre uma base para o espaço coluna de  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 & 0 \\ 1 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

5) Use o posto da matriz para determinar se a matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$  é singular ou não singular.

6) Use determinante para verificar se o sistema homogêneo  $Ax = 0$  tem uma solução não trivial para

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7) Seja  $W$  o subespaço de  $\mathbb{R}^4$  gerado pelos vetores com  $u_1=(1,-2,5,-3)$ ,  $u_2=(2,3,1,-4)$  e  $u_3=(3,8,-3,-5)$ .

a) Encontre uma base de  $W$  e a dimensão de  $W$ .

b) Estenda a base de  $W$  a uma base de todo o espaço  $\mathbb{R}^4$ .

8) Escreva as matrizes abaixo como um produto de matrizes de posto coluna e posto linha completos.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 9 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{b) } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -4 \\ 5 & 0 & -4 \\ 1 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

9) Reduza as matrizes abaixo à forma diagonal e depois à forma canônica.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 48 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{b) } B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 10 \\ 4 & 20 & 18 \\ 10 & 18 & 29 \end{pmatrix}$$

10) Seja  $B$  uma base para um espaço vetorial  $V$ .  $B$  tem posto coluna completo? Justifique sua resposta.

11) Seja a matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 & 2 \\ 4 & 15 & 14 & 7 \\ 2 & 9 & 10 & 5 \end{pmatrix}$ .

a) Determine a inversa de Moore-Penrose para  $A$ .

b) Obtenha um inversa condicional de  $A$ .

12) Dado o vetor  $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  determine  $u^+$ .

13) Seja a matriz  $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

a) Determine a inversa de Moore-Penrose para  $X'X$ .

b) Determine duas inversas condicionais para  $X'X$ .

c) Determine duas inversas de mínimos quadrados para  $X'X$ .